

Álgebra

6 questões resolvidas passo a passo

aprovei.net · Desafio Resolvido

Questão 1

Álgebra

$$x^3 + 2x^2 + 3x + 6$$

1. Separar em dois pares

$$x^3 + 2x^2 + 3x + 6 = (x^3 + 2x^2) + (3x + 6)$$

Quatro termos e nenhum fator comum aos quatro. Então separe em dois pares, na ordem em que já estão.

2. Fator comum em cada par

$$(x^3 + 2x^2) + (3x + 6) = x^2(x + 2) + 3(x + 2)$$

No primeiro par, x ao quadrado é comum. No segundo, três é comum. E aqui está a aposta do método: se sobrar o mesmo parêntese nos dois, deu certo.

3. O parêntese repetido vira fator

$$x^2(x + 2) + 3(x + 2) = (x + 2)(x^2 + 3)$$

Sobrou x mais dois nos dois pedaços. Ele é fator comum de novo, e o que resta ao lado dele é x ao quadrado mais três.

4. Conferir abrindo de volta

$$(x + 2)(x^2 + 3) = x^3 + 3x + 2x^2 + 6$$

Abrindo de volta, x vezes x ao quadrado dá x ao cubo, x vezes três dá três x, dois vezes x ao quadrado e dois vezes três dá seis. Voltou ao original.

Resposta: $(x + 2)(x^2 + 3)$

Questão 2

Álgebra

$$|2x - 6| < 4$$

1. O que o módulo mede

$$|2x - 6| < 4 \Rightarrow -4 < 2x - 6 < 4$$

Módulo é distância até o zero. Dizer que a distância é menor que quatro é dizer que a expressão está entre menos quatro e quatro.

2. Somar seis nos três lados

$$2 < 2x < 10$$

Some seis nos três lados de uma vez. Menos quatro mais seis é dois, e quatro mais seis é dez.

3. Dividir por dois

$$1 < x < 5$$

Agora divida tudo por dois. Como dois é positivo, os sinais de menor continuam apontando para o mesmo lado.

4. Conferir uma ponta

$$|2 \cdot 5 - 6| = 4$$

E confira a ponta: pondo cinco no lugar do x , o módulo dá exatamente quatro, que não é menor que quatro. Por isso a ponta fica de fora.

Resposta: $1 < x < 5$

Questão 3

Álgebra

$$\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

1. Multiplicar pelo conjugado

$$\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$$

O conjugado é a mesma expressão com o sinal do meio trocado. Multiplicar em cima e embaixo por ele não muda o valor, porque é multiplicar por um.

2. O denominador vira diferença de quadrados

$$(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2}) = 5 - 2 = 3$$

Embaixo aparece uma diferença de quadrados, e é ela que faz o truque: cada raiz ao quadrado volta a ser número. Cinco menos dois dá três.

3. Cortar com o numerador

$$\frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{3} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

Em cima ficou três vezes o conjugado, e embaixo ficou três. O três é fator dos dois lados e não é zero, então some.

4. O resultado sem raiz embaixo

$$\sqrt{5} + \sqrt{2}$$

Sobra raiz de cinco mais raiz de dois. Nenhuma raiz no denominador, que era o objetivo.

Resposta: $\sqrt{5} + \sqrt{2}$

Questão 4

Álgebra

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9}$$

1. Fatorar o numerador

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

Em cima temos uma diferença de quadrados: x ao quadrado menos nove, que é três ao quadrado. Ela sempre abre no mesmo par — a diferença das raízes e a soma delas: x menos três vezes x mais três.

2. Fatorar o denominador

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

Embaixo temos um trinômio quadrado perfeito: nove é três ao quadrado e seis x é duas vezes três vezes x. Então ele é x mais três, ao quadrado.

3. Cortar o fator comum

$$\frac{(x - 3)(x + 3)}{(x + 3)^2} = \frac{x - 3}{x + 3}$$

Agora sim: o x mais três é fator dos dois lados, e não é zero, porque menos três já estava fora do domínio desde a primeira linha. Então dá para cortar um de cada lado.

4. A forma simplificada

$$\frac{x - 3}{x + 3}, \quad x \neq -3$$

Sobra x menos três sobre x mais três. E o menos três continua proibido, porque foi da expressão original que ele saiu.

Resposta: $\frac{x - 3}{x + 3}$

$$x^2 - 7x + 12$$

1. O que procurar

$$(x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$$

Abrindo o produto de dois parênteses assim, o termo do meio é menos a soma e o último é o produto. Então procuramos dois números que somem sete e multipliquem doze.

2. Os pares que dão doze

$$12 = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$$

Liste os pares que multiplicam doze. Como o produto é positivo e a soma também, os dois números são positivos: um e doze, dois e seis, três e quatro.

3. O par que soma sete

$$3 + 4 = 7$$

Três mais quatro é sete, que é exatamente o que o termo do meio pede. Os outros pares dão treze e oito.

4. A fatoração

$$x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$$

Então o trinômio abre em x menos três, vezes x menos quatro. E as raízes aparecem de graça: três e quatro, os mesmos números.

Resposta: $(x - 3)(x - 4)$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 1}$$

1. O denominador comum

$$x \cdot (x + 1)$$

Os dois denominadores não têm fator em comum, então o comum é o produto deles: x vezes x mais um.

2. Reescrever cada fração

$$\frac{x+1}{x \cdot (x+1)} + \frac{x}{x \cdot (x+1)}$$

Cada fração vira uma equivalente com esse denominador. A primeira ganha x mais um em cima, a segunda ganha x — em cada uma, o que entrou embaixo entra em cima também.

3. Somar os numeradores

$$\frac{(x+1)+x}{x \cdot (x+1)} = \frac{2x+1}{x \cdot (x+1)}$$

Com o mesmo denominador, some só o de cima. X mais um, mais x, dá dois x mais um.

4. As condições que ficam

$$x \neq 0, \quad x \neq -1$$

E não perca as condições: x não pode ser zero nem menos um, porque cada um deles zerava um denominador lá no começo.

Resposta: $\frac{2x+1}{x \cdot (x+1)}$
